

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
И.о. заведующего кафедрой
математического анализа
Шабров С.А.



01.07.2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.13 Компьютерная геометрия и геометрическое моделирование

- 1. Код и наименование направления подготовки/специальности:** 02.03.01
Математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки/специализация:** Математические методы и компьютерные технологии в естествознании, экономике и управлении
- 3. Квалификация выпускника:** бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** математического анализа
- 6. Составители программы:**
Найдюк Филипп Олегович, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математического анализа
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим Советом математического факультета, протокол №0500-07 от 29.06.2021
- 8. Учебный год:** 2022/2023 **Семестр(ы):** 3

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- получение базовых знаний и формирование основных навыков по компьютерной геометрии и геометрическому моделированию, необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности;
- развитие пространственно геометрического мышления;
- овладение математическим аппаратом, информационными и компьютерными технологиями, необходимыми для решения прикладных задач.

Задачи учебной дисциплины:

- овладение студентами основными математическими методами компьютерной геометрии и геометрического моделирования;
- освоение современных информационных и компьютерных технологий для изображения и моделирования геометрических объектов;
- выработка умений решать типовые задачи с помощью программных продуктов на ЭВМ;
- использование технологий и компьютерных систем управления геометрическими объектами;
- формирование умений использовать математический аппарат для решения прикладных задач;
- приобретение навыков работы со специальной математической литературой.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Компьютерная геометрия и геометрическое моделирование» относится к учебным дисциплинам базовой части блока Б1 основной образовательной программы направления подготовки 02.03.01 – «Математика и компьютерные науки» (бакалавр).

Дисциплина «Компьютерная геометрия и геометрическое моделирование» базируется на знаниях, умениях и навыках, полученных по математическому анализу, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии.

Приобретенные в результате обучения знания, умения и навыки используются в математических моделях механических систем.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-5	Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для	ОПК-5.1	Осуществляет поиск, сбор, хранение, обработку, представление информации при решении задач профессиональ	знать: - основы графических редакторов по работе с растровой и векторной графикой; уметь: - решать основные типы задач на построение кривых и поверхностей на плоскости и в пространстве с помощью ЭВМ, с использованием

	решения задач профессиональной деятельности		ной деятельности	специального ПО; владеть: - математическим аппаратом, информационными и компьютерными технологиями в области геометрического моделирования для решения прикладных задач; - навыками применения стандартных прикладных программ для ЭВМ в целях ускорения решения задач
ОПК-4	Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	ОПК-4.1	Знает базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности.	знать: - задачи построения кривых и поверхностей на плоскости и в пространстве как аналитически, так и с помощью ЭВМ, с использованием специального ПО; - основные теоремы о характеристиках кривых и поверхностей на плоскости и в пространстве; уметь: - решать основные типы задач на построение кривых и поверхностей на плоскости и в пространстве; владеть: - математическим аппаратом
ОПК-5	Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-5.2	Подбирает и использует информационные технологии при решении задач профессиональной деятельности.	знать: - основы графических редакторов по работе с растровой и векторной графикой; уметь: - решать основные типы задач на построение кривых и поверхностей на плоскости и в пространстве как аналитически, так и с помощью ЭВМ, с использованием специального ПО; - решать специальные типы задач геометрически как аналитически, так и с помощью ЭВМ, с использованием специального ПО; владеть: - навыками применения стандартных прикладных программ для ЭВМ в целях ускорения решения задач
ОПК	Способен	ОПК-	Умеет	знать:

-4	находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	4.2	использовать этот математический аппарат в профессиональной деятельности.	<ul style="list-style-type: none"> - основные теоремы о характеристиках кривых и поверхностей на плоскости и в пространстве; уметь: <ul style="list-style-type: none"> - решать основные типы задач на построение кривых и поверхностей на плоскости и в пространстве; владеть: <ul style="list-style-type: none"> - математическим аппаратом
ОПК-4	Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	ОПК-4.3	Имеет практический опыт применения современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности.	<ul style="list-style-type: none"> знать: <ul style="list-style-type: none"> - основы графических редакторов по работе с растровой и векторной графикой; уметь: <ul style="list-style-type: none"> - решать основные типы задач на построение кривых и поверхностей на плоскости и в пространстве как аналитически, так и с помощью ЭВМ, с использованием специального ПО; владеть: <ul style="list-style-type: none"> - математическим аппаратом, информационными и компьютерными технологиями в области геометрического моделирования для решения прикладных задач
ОПК-6	Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения	ОПК-6.1	Использует основные принципы алгоритмизации задач в рамках профессиональной деятельности и разработки компьютерных программ.	<ul style="list-style-type: none"> знать: <ul style="list-style-type: none"> - основы графических редакторов по работе с растровой и векторной графикой; уметь: <ul style="list-style-type: none"> - решать основные типы задач на построение кривых и поверхностей на плоскости и в пространстве с помощью ЭВМ, с использованием специального ПО; владеть: <ul style="list-style-type: none"> - навыками применения стандартных прикладных программ для ЭВМ в целях ускорения решения задач

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 3/108.

Форма промежуточной аттестации экзамен.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			Семестр №3
Контактная работа			
в том числе:	лекции	16	16
	практические		
	лабораторные	16	16
	курсовая работа		
<i>др. виды</i>			
Самостоятельная работа		40	40
Промежуточная аттестация		36	36
Итого:		108	108

13.1 Содержание разделов дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Математические основы геометрического моделирования	Описание геометрического объекта. Геометрические примитивы. Представление геометрического объекта с помощью геометрических примитивов. Геометрические объекты на плоскости и в пространстве. Математическая модель кривых линий и поверхностей. Описание количественных характеристик геометрических объектов.	–
1.2	Преобразования системы координат на плоскости	Преобразования декартовых прямоугольных координат: сдвиг, масштабирование, поворот, симметрия относительно линий. Преобразование компонент векторов на плоскости. Однородные координаты. Описание кривых линий на плоскости. Понятие обыкновенных и особых точек. Натуральная параметризация кривой.	–

		Кривизна кривой с натуральной параметризацией. Соприкасающаяся окружность. Эволюта и эвольвента. Теорема связи представлений эволюты и эвольвенты.	
1.3	Преобразования системы координат в пространстве	Преобразования декартовых прямоугольных координат: сдвиг, масштабирование, поворот, симметрия относительно плоскостей. Преобразование компонент векторов в пространстве. Однородные координаты. Описание кривых линий в пространстве. Понятие обыкновенных и особых точек. Кручение и кривизна кривой с натуральной параметризацией. Сопровождающий трёхгранник. Формулы Френе-Серре. Вектор Дарбу. Описание геометрии поверхностей. Координатные линии поверхности. Моделирование поверхностей и тел. Поверхности Безье, поверхности Кунса, сплайновые поверхности.	–
1.4	Основы геометрического моделирования. Внутренняя геометрия поверхности	Первая квадратичная форма поверхности. Следствия первой геометрической формы поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности. Деривационные формулы Вейнгартена.	–
1.5	Основы геометрического моделирования. Кривизна линий на поверхности	Нормальное сечение поверхности. Понятия кривизн поверхности: нормальная кривизна, геодезическая кривизна, средняя кривизна, гауссова кривизна. Теорема Менье. Формула Эйлера. Эллиптические, гиперболические и параболические точки поверхности. Третья квадратичная форма поверхности. Теорема связи коэффициентов квадратичных форм поверхности. Тензоры поверхности. Формулы Гаусса и Петерсона-Кодацци. Тензор Римана. Криволинейные координаты. Ковариантные и контравариантные компоненты метрического тензора. Символы Кристоффеля. Тензоры в криволинейных координатах.	–
1.6	Моделирование кривых линий	Понятие пространственной и двумерной кривой. Отрезок. Прямая линия. Плоские кривые. Кривые второго порядка.	–

		Характеристическое уравнение кривой. Моделирование кривых линий: сплайны и кривые Безье. Алгоритм Де-Кастелье. Рациональные кривые Безье.	
2. Практические занятия			
3. Лабораторные занятия			
3.1	Описание геометрического объекта	Геометрические примитивы. Представление геометрического объекта с помощью геометрических примитивов. Геометрические объекты на плоскости и в пространстве. Математическая модель кривых линий и поверхностей. Описание количественных характеристик геометрических объектов.	—
3.2	Плоская графика: растровые графические системы	Знакомство с растровыми графическими технологиями. Способ хранения изображения. Преимущества и недостатки растрового представления графики. Понятие графического редактора. Основные сведения о графических редакторах: Paint, Adobe Photoshop, Gimp, Corel Painter, Pixia. Классификация растровых пакетов файлов. Создание и редактирование изображений в графических редакторах: Paint и Gimp. Средства рисования. Фильтры и инструменты. Создание простейшей анимации.	—
3.3	Плоская графика: векторные графические системы	Знакомство с векторными и гибридными графическими технологиями. Способ хранения изображения. Преимущества и недостатки векторного представления графики. Понятие графического редактора. Основные сведения о графических редакторах: InkScape, Corel Draw, OpenOffice Draw, Xara Photo & Graphic Designer. Создание и редактирование изображений. Средства рисования. Создание векторных объектов в графическом редакторе InkScape. Конструкторы кривых и поверхностей. Преобразования геометрических тел в среде графического редактора InkScape. Кривые Бернштейна-Безье.	—
3.4	Построение и анализ геометрических объектов по их основным характеристикам	Знакомство с системой компьютерной алгебры Maxima. Основной синтаксис языка Maxima. Решение простейших прикладных задач с помощью программирования в Maxima. Использование встроенных механизмов	—

		геометрического моделирования в Maxima. Геометрическое решение задач точными и приближенными методами в Maxima.	
--	--	--	--

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
01	Математические основы геометрического моделирования	1			2	3
02	Преобразования системы координат на плоскости	2		1	2	5
03	Преобразования системы координат в пространстве	2		1	2	5
04	Основы геометрического моделирования. Внутренняя геометрия поверхности	2			6	8
05	Основы геометрического моделирования. Кривизна линий на поверхности	3		1	4	8
06	Моделирование кривых линий	2		1	4	7
07	Описание геометрического объекта			2	2	4
08	Плоская графика: растровые графические системы	1		3	6	10
09	Плоская графика: векторные графические системы	1		3	6	10
10	Построение и анализ геометрических объектов по их основным характеристикам	2		4	6	12
Итого		16		16	40	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе освоения дисциплины студенты должны посетить лекционные и лабораторные занятия и сдать экзамен.

Указания для освоения теоретического материала и материала для лабораторных работ:

1. Обязательное посещение лекционных и лабораторных занятий по дисциплине с конспектированием излагаемого преподавателем материала в соответствии с расписанием занятий.

2. Получение в библиотеке рекомендованной учебной литературы и электронное копирование рабочей программы с методическими рекомендациями, конспекта лекций.

3. Копирование (электронное) перечня вопросов к экзамену по дисциплине, а также списка рекомендованной литературы из рабочей программы дисциплины.

4. При подготовке к лабораторным занятиям по дисциплине необходимо изучить рекомендованный лектором материал, иметь при себе конспекты соответствующих тем и необходимый справочный материал.

5. Рекомендуется следовать советам лектора, связанным с освоением предлагаемого материала, провести самостоятельный Интернет – поиск информации (видеофайлов, файлов-презентаций, файлов с учебными пособиями) по ключевым словам курса и ознакомиться с найденной информацией при подготовке к лабораторным занятиям на специальном ПО: Gimp, Inkscape и Maxima.

Студент допускается к сдаче экзамена, если имеет на руках конспект основного теоретического материала с разбором основных типовых задач, имеется зачет по контрольной работе.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	<u>Дегтярев, Владимир Михайлович</u> . Компьютерная геометрия и графика / В.М. Дегтярев.— Москва: Издательский центр "Академия", 2013.— 191 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	<u>Никулин, Е.А.</u> Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики / Е.А. Никулин .— СПб. : БХВ-Санкт-Петербург, 2003 .— 550 с.
3	<u>Голованов, Н.Н.</u> Компьютерная геометрия / Н.Н. Голованов [и др.].— М.: Академия, 2006 .— 510 с.
4	<u>Голованов, Н.Н.</u> Геометрическое моделирование / Н.Н. Голованов. – М.: Изд-во Физ.-мат. лит., 2002. – 472 с.
5	<u>Тихомиров, Ю.В.</u> Программирование трехмерной графики / Ю.Тихомиров.— СПб. : ВHV, 2000 .— 245 с.
6	<u>Тихомиров, Юрий В.</u> Программирование трехмерной графики / Юрий Тихомиров .— 2-е изд. — СПб. : БХВ-Петербург, 2002 .— 304 с.
7	<u>Ласло, Майкл</u> . Вычислительная геометрия и компьютерная графика на C+ / М. Ласло ; Пер. с англ. В. Львова.— М.: БИНОМ, 1997 .— 301 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
8	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – (http // www.lib.vsu.ru/)
9	Электронно-библиотечная система "Консультант студента". – (http://www.studentlibrary.ru/)
10	Электронно-библиотечная система «Издательства Лань». – (https://e.lanbook.com/)

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

Самостоятельная работа студента-бакалавра, прежде всего, заключается в изучении литературы, дополняющей материал, излагаемый на лекции и в ходе лабораторных работ. Необходимо овладеть навыками библиографического поиска, уметь находить подходящие источники, творчески и критически перерабатывать информацию, научиться определять методы исследований.

№ п/п	Источник
1	<i>Найдюк Ф.О. Математическое моделирование смешанных задач средствами компьютерной графики / Ф.О. Найдюк . – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2019. – 46 с.</i>
2	<i>Тимошенко, Ю.К. Введение в систему компьютерной математики Maxima в примерах / Ю.К. Тимошенко. – Воронеж: Издательско-полиграфический центр "Научная книга", 2019 . – 21 с.</i>
3	<i>Копытин А.В. Основы работы в графическом редакторе GIMP / А.В. Копытин ; Ю.С. Скрипченко. — Воронеж: ИПЦ ВГУ, 2009 .[Электронный ресурс] (http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m09-124.pdf)</i>

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Осуществляется интерактивная связь с преподавателем через сеть интернет, проводятся индивидуальные онлайн консультации.

Лабораторные работы осуществляются с использованием ЭВМ и прикладного ПО: Gimp, Paint, Inkscape, Maxima.

Выполненные контрольные задания согласуются дистанционно посредством email.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебные аудитории для проведения лекционных и практических занятий. Компьютерные классы для выполнения индивидуальных заданий, оснащённые лицензионным и свободно распространяемым программным обеспечением: Windows 7 или 10, Gimp, Paint, Inkscape, Maxima.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Знает основные положения и концепции	ОПК-5	ОПК-5.1	Устный опрос

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	прикладного и системного программирования , архитектуры компьютеров и сетей (в том числе и глобальных), современные языки программирования , технологии создания и эксплуатации программных продуктов и программных комплексов			
2.	Знает базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности	ОПК-4	ОПК-4.1	Устный опрос
3.	Умеет использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-5	ОПК-5.2	Устный опрос
4.	Умеет использовать этот математический аппарат в профессиональной деятельности	ОПК-4	ОПК-4.2	Устный опрос
5.	Имеет практический опыт применения	ОПК-4	ОПК-4.3	Контрольная работа

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности			
6.	Имеет практические навыки разработки ПО	ОПК-5	ОПК-5.3	Контрольная работа
Промежуточная аттестация форма контроля - экзамен				<i>Перечень вопросов Практическое задание</i>

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- выполнение лабораторных работ;
- экзамен.

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания)

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- Знание основных положений геометрического моделирования и элементов компьютерной геометрии, задач построения кривых и поверхностей на плоскости и в пространстве как аналитически, так и с помощью ЭВМ, с использованием специального ПО; основных теорем о характеристиках кривых и поверхностей на плоскости и в пространстве; основ графических редакторов по работе с растровой и векторной графикой.
- Умение решать основные типы задач на построение кривых и поверхностей на плоскости и в пространстве как аналитически, так и с помощью ЭВМ, с использованием специального ПО; решать специальные типы задач геометрически как аналитически, так и с помощью ЭВМ, с использованием специального ПО.
- Владение математическим аппаратом, информационными и компьютерными технологиями в области геометрического моделирования

для решения прикладных задач; навыками применения стандартных прикладных программ для ЭВМ в целях ускорения решения задач.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Глубокие исчерпывающие знания всего программного материала, понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений. Логически последовательные, полные, правильные и конкретные ответы на все основные вопросы. Правильные и конкретные ответы на дополнительные вопросы.	Пороговый уровень и выше порогового	Отлично
Твердые и достаточно полные знания программного материала, понимание сущности рассматриваемых процессов и явлений. Последовательные и правильные, но недостаточно развернутые ответы на основные вопросы. Правильные ответы на дополнительные вопросы.	Пороговый уровень и выше порогового	Хорошо
Правильные и конкретные, без грубых ошибок ответы на основные вопросы. Наличие отдельных неточностей в ответах. В целом правильные ответы с небольшими неточностями на дополнительные вопросы.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Плохое владение материалом: ответ неверен, отсутствие ориентации в предмете, когда количество неправильных ответов превышает количество допустимых для положительной оценки.	Ниже порогового уровня	Неудовлетворительно

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- контрольная работа.

Примерная контрольная работа

Вариант 1

Задание 1. В графическом редакторе Gimp на холсте размером 1024x768 построить объект, состоящий из геометрических объектов: прямоугольники размером 500x400 (позиция 200x300),



размером 130x250 (позиция 550x450), размером 250x200 (позиция 250x400), трапеция размером 40x100 (позиция 260x250 → 260x160 → 300x160 → 300x220), треугольник размером 450x100 (позиция 200x300 → 450x100 → 700x300). Произвести анимацию объекта.

Задание 2. В системе Maxima решить задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка и построить график:

$$\begin{cases} 2x + 2xy^2 + \sqrt{2-x^2} y' = 0 \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

Задание 3. В системе Maxima численно решить задачу Коши для дифференциальной системы дифференциальных уравнений и представить решение в пространстве в графическом виде:

$$\begin{cases} \frac{dC_a}{dt} = -0,1 \cdot C_a \\ \frac{dC_b}{dt} = 0,1 \cdot C_a - 0,5 \cdot C_b, \\ \frac{dC_c}{dt} = 0,5 \cdot C_b \end{cases}, \begin{cases} C_a(0) = 1 \\ C_b(0) = 0 \\ C_c(0) = 0 \end{cases}$$

Вариант 2

Задание 1. В графическом редакторе Inkscape на холсте построить объект, состоящий из геометрических объектов: пятиугольная звезда 400x400, приведённая в трёхмерный вид, и фигурный текст, околнуренный по спирали (нелинейность 3, внутренний радиус 0,8).



Задание 2. В системе Maxima решить задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка и построить график:

$$\begin{cases} -\frac{y}{x} + y' = x^2 \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

Задание 3. В системе Maxima численно решить задачу Коши для дифференциальной системы дифференциальных уравнений и представить решение на плоскости в графическом виде:

$$\begin{cases} \frac{dY_0}{dt} = -3,5 \cdot Y_0 + Y_0^2 \cdot Y_1 + 1 \\ \frac{dY_1}{dt} = 2,5 \cdot Y_0 - Y_0^2 + 1 \end{cases}, \begin{cases} Y_0(0) = 1 \\ Y_1(0) = 1 \end{cases}$$

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Понятие графического примитива
2. Преобразования координат точек в пространстве
3. Преобразования координат двумерных точек
4. Сдвиг и поворот точки в пространстве
5. Сдвиг и поворот в плоскости
6. Операция масштабирования и симметрии относительно плоскости
7. Операция масштабирования в плоскости и симметрии относительно линии

8. Кривая. Параметризация кривой. Натуральная параметризация
9. Сопровождающий трёхгранник. Формулы Френе-Серре
10. Кривизна кривой. Понятие соприкасающейся окружности
11. Кручение кривой. Вектор Дарбу
12. Теорема о характеристике кривой по параметрам кривизны и кручения
13. Двумерная кривая. Понятие эволюты и эвольвенты
14. Поверхность. Параметризация поверхности. Координатные линии поверхности
15. Первая квадратичная форма поверхности. Геометрически смысл
16. Вторая квадратичная форма поверхности. Геометрически смысл
17. Девивационные формулы Вейнгартена
18. Теорема Менье
19. Понятие главных кривизн поверхности
20. Виды кривизн поверхности. Основное свойство главных кривизн поверхности
21. Классификация точек поверхности
22. Третья квадратичная форма поверхности. Геометрически смысл
23. Формула связи квадратичных форм
24. Классификация графических редакторов
25. Преимущества и недостатки растровой графики
26. Преимущества и недостатки векторной графики
27. Основные форматы растровой графики
28. Система компьютерной алгебры – Maxima (основной синтаксис)
29. Элементарные функции системы компьютерной алгебры – Maxima
30. Способы построения решений ДУ или функций в геометрическом виде в системе компьютерной алгебры – Maxima